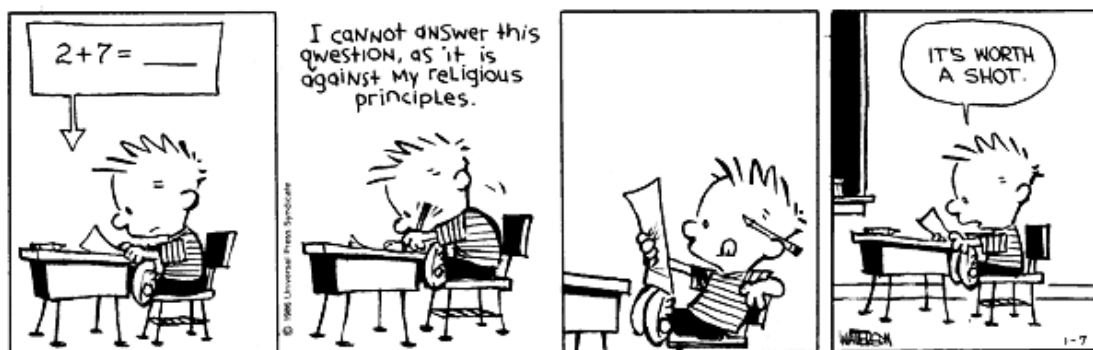


REPETITORIUM UND FORMELSAMMLUNG
SCHALTUNGSTECHNIK

TEIL 1



© 2000-01 Michael Rosnitschek

www.eikon.tum.de/~miro/

Diese Formelsammlung basiert auf dem Skript Schaltungstechnik und dem Repetitorium des „AK Überleb' die ST DVP (1993)“ der Fachschaft EI. Alle Angaben ohne Gewähr.
Die Anfertigung von Kopien ist nur für den Eigenbedarf gestattet. Der Verkauf ist untersagt!
Jeder Student oder Tutor der diese Formelsammlung verwendet, ist moralisch dazu verpflichtet, dem Autor eine email mit Fehlerkorrekturen und Ergänzungsmöglichkeiten zu senden.

Kirchhoff - Gesetze

- Konzentriertheithypothese: $d \ll \lambda$ d = Größe der Schaltung; Wellenlänge $\lambda = cT$

- Knotenregel, KCL: $\sum_{\text{Knoten}} i_j(t) = 0$ (herausfließende Ströme positiv)

- Maschenregel, KVL: $\sum_{\text{Umlauf}} u_j(t) = 0$ (Spannungen in Umlaufrichtung positiv)

- Knoteninzidenzmatrix: $A' = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \cdots & \alpha_{1b} \\ \vdots & & \vdots \\ \alpha_{nl} & \cdots & \alpha_{nb} \end{bmatrix}$ n Knoten
 b Zweige

Spaltensummen von A' sind immer = 0
 \Rightarrow Zeile des Bezugsknotens streichen \Rightarrow
 $A \cdot \underline{i} = 0$ (red. Knoteninzidenzmatrix)

$M = A'^T$ mit $\underline{u} = M' \underline{u}'_k \Rightarrow$ KVL in Matrixform: $\underline{u} - A'^T \underline{u}'_k = 0$

Resistive Eintore

- Implizite Darstellung: $f_F(u, i) = 0$
- Parameterdarstellung: $\underline{u} = \underline{u}_F(\lambda)$, $i = i_F(\lambda)$
- Explizite Darstellung: $i = g_F(u)$; $\underline{u} = r_F(i)$
Leitwertdarst.; Widerstandsdarst.

- F ungepolt \Rightarrow Kennlinie punktsymm. zum Urspr.
- F aktiv \Rightarrow mind. 1 Pkt. im II. od. IV. Quadr.
- F verlustfrei \Rightarrow nur auf Koordinatennachsen
- F quellenfrei \Rightarrow enthält den Ursprung
- F streng linear $\Rightarrow (ku, ki) \in F$; $(u_1 + u_2, i_1 + i_2) \in F$

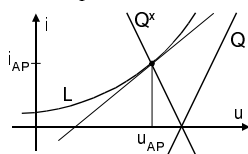
- Umpolung: \bar{F} entsteht durch Punktspiegelung von F am Ursprung: $(\bar{u}, \bar{i}) = (-u, -i) \in F$

- Dualität: $(u, i) \in F \Leftrightarrow \left(R_d i, \frac{u}{R_d} \right) \in F^d$

- Parallelschaltung von Widerstandsgeraden: $G = G_1 + G_2 \Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R = R_1 || R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

- Serienschaltung von Widerstandsgeraden: genauso wie Parallelschaltung nur R statt G

- Arbeitspunkt ermitteln: 1. Schaltung aufteilen in Quelle Q und Last L



2. Parameterdarstellung \Rightarrow Kennlinien zeichnen

3. Lösung: Schnittpunkte der Kennlinien! \Rightarrow ist die Funktion im AP stetig und diffbar, kann man sie dort linearisieren

Resistive Zweitore

- Beschreibungsformen:

- Implizit: $f(\underline{u}, \underline{i}) = 0$

- Parameterisiert:

$$\begin{bmatrix} \underline{u}(\underline{c}) \\ \underline{i}(\underline{c}) \end{bmatrix} \in F$$

- Explizit:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}u_2 - a_{12}i_2 \\ a_{21}u_2 - a_{22}i_2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \mathbf{G} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11}u_1 + g_{12}u_2 \\ g_{21}u_1 + g_{22}u_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ i_2 \end{bmatrix} = \mathbf{A}' \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ -i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a'_{11}u_1 - a'_{12}i_1 \\ a'_{21}u_1 - a'_{22}i_1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \mathbf{R} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11}i_1 + r_{12}i_2 \\ r_{21}i_1 + r_{22}i_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11}i_1 + h_{12}u_2 \\ h_{21}i_1 + h_{22}u_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \mathbf{H}' \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h'_{11}u_1 + h'_{12}i_2 \\ h'_{21}u_1 + h'_{22}i_2 \end{bmatrix}$$

G : Leitwertmatrix
 R : Widerstandsmatrix
 H : Hybridmatrix
 H' : „inverse“ Hybridmatrix
 A : Kettenmatrix
 A' : „inverse“ Kettenmatrix

- Aufstellen der Matrix z.B. G : $g_{11} = \frac{i_1}{u_1} |_{u_2=0}$, $g_{12} = \frac{i_1}{u_2} |_{u_1=0}$, $g_{21} = \frac{i_2}{u_1} |_{u_2=0}$, $g_{22} = \frac{i_2}{u_2} |_{u_1=0}$

oder: R : $r_{11} = \frac{u_1}{i_1} |_{i_2=0}$, $r_{12} = \frac{u_1}{i_2} |_{i_1=0}$, $r_{21} = \frac{u_2}{i_1} |_{i_2=0}$, $r_{22} = \frac{u_2}{i_2} |_{i_1=0}$

- Linearisierung (explizit): $\Delta f(\Delta u, \Delta i) = M \Delta u + N \Delta i = 0$

$$M := \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} \end{bmatrix} \quad N := \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial i_1} & \frac{\partial f_1}{\partial i_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial i_1} & \frac{\partial f_2}{\partial i_2} \end{bmatrix}$$

- streng linear (= linear und quellenfrei): eine beliebige Linearkomb. zweier Betriebspunkte ist wieder ein BP

$$\begin{bmatrix} u^{(1)} \\ i^{(1)} \end{bmatrix} \in F \wedge \begin{bmatrix} u^{(2)} \\ i^{(2)} \end{bmatrix} \in F \Rightarrow \alpha \begin{bmatrix} u^{(1)} \\ i^{(1)} \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} u^{(2)} \\ i^{(2)} \end{bmatrix} \in F; \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

$$f(\underline{u}, \underline{i}) = M \underline{u} + N \underline{i} = 0$$

- Linearisierung (explizit): $\underline{i} = \underline{G}(\underline{u}) = I + \frac{\partial \underline{g}(\underline{u})}{\partial \underline{u}} \Delta \underline{u} = I + G \underline{u}$ mit

$$G = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial u_1} & \frac{\partial g_1}{\partial u_2} \\ \frac{\partial g_2}{\partial u_1} & \frac{\partial g_2}{\partial u_2} \end{bmatrix} \Big|_{AP} \quad \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + G \begin{bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \end{bmatrix}$$

Taylor: $f_{lin}(x) = f(x_0) + \frac{\partial f(x_0)}{\partial x} \Big|_{x_0} \cdot (x - x_0)$

G ist Jacobimatrix

Nullator	$u=0$ $i=0$		- streng linear; verlustlos - dual zu sich selbst
Norator	$u=$ beliebig $i=$ beliebig		- streng linear; aktiv - dual zu sich selbst
Leerlauf	$u=$ beliebig $i=0$		- streng linear - dual zum Kurzschluss
Kurzschluß	$u=0$ $i=$ beliebig		- streng linear - dual zum Leerlauf
ohmscher Widerstand	$u=R \cdot i$ $i=G \cdot u$		- streng linear $R^d = \frac{R^2}{R}$ $G^d = \frac{1}{R^2 G}$ - passiv
ideale Stromquelle	$u=$ beliebig $i=i_0$		- spannungsgesteuert; aktiv; gepolt - linear, dual zur Spannungsquelle
ideale Spannungsquelle	$u=u_0$ $i=$ beliebig		- stromgesteuert; aktiv; gepolt - linear; dual zur Stromquelle
reale Diode	$u_D = U_T \ln(i_D/I_S + 1)$ $i_D = I_S [\exp(u_D/U_T) - 1]$		- gepolt; passiv $U_T = 25mV$ - quellenfrei $I_S \approx pA$
Photodiode	$i(0) = I_S [\exp(u(t)/U_T) - 1] - i_L(t)$		- gepolt; aktiv
Zenerdiode	$u < U_Z \Rightarrow i$ sehr groß Zehnerdurchbruch		- gepolt; passiv - quellenfrei
Tunneldiode			- gepolt; passiv; quellenfrei - inkremental aktiv !
ideale Diode	$u=0$ für $i > 0$ $i=0$ für $u < 0$		- verlustlos; stückweise linear - dual: umgepolte ideale Diode
Konkaver (G,U) Widerstand	$i=0$ für $u \leq U_0$ $i=G(u-U_0)$ für $u \geq U_0$		- stückweise linear - für $U_0 > 0, G > 0$: passiv, spannungsgesteuert - dual: konvexer Widerstand
Konvexer (R,I) Widerstand	$u=0$ für $i \leq I_0$ $u=R(i-I_0)$ für $i \geq I_0$		- stückweise linear; für $I_0 > 0, R > 0$ <u>stromgest.</u> - dual: konkaver Widerstand
Lineare Quellen			- linear; aktiv - $U_0 = I_0 R, I_0 = U_0 G$
Spannungs gest. Stromquelle USI VCCS		$A = \begin{bmatrix} 0 & -1/g \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ $G = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ g & 0 \end{bmatrix}$ $M = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -g & 0 \end{bmatrix}$ $N = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	
Strom gest. Stromquelle ISI CCCS		$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1/\beta \end{bmatrix}$ $H = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \beta & 0 \end{bmatrix}$	
Spannungs gest. Spannungsq. USU VCVS		$A = \begin{bmatrix} 1/\mu & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ $H' = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \mu & 0 \end{bmatrix}$	
Strom gest. Spannungsquelle ISU CCVS		$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1/r & 0 \end{bmatrix}$ $R = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ r & 0 \end{bmatrix}$ $M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $N = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -r & 0 \end{bmatrix}$	
Nullor quellenfrei, streng linear		$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = 0$ $M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ $N = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	
Gyrator, Dualwandler idealer G.: $R_1=R_2=R_d$ verlustlos; $G=-G^T$; $R=-R^T$ Positiv Immittanz Inverter $F_{Gyr} = I^{*d}$		$A = \begin{bmatrix} 0 & R_1 \\ 1/R_2 & 0 \end{bmatrix}$ $M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $N = \begin{bmatrix} 0 & R_1 \\ -R_2 & 0 \end{bmatrix}$ $G = \begin{bmatrix} 0 & 1/R_2 \\ -1/R_1 & 0 \end{bmatrix}$ $R = \begin{bmatrix} 0 & -R_1 \\ R_2 & 0 \end{bmatrix}$ $A' = \begin{bmatrix} 0 & -R_2 \\ -1/R_1 & 0 \end{bmatrix}$ $\det A = \det A' = -1$ $R_1 : R_2$	
Idealer Übertrager verlustlos, reziprok, umkehrbar für $\ddot{u} = \pm 1$ Positiv Immittanz Konverter		$A = \begin{bmatrix} \ddot{u} & 0 \\ 0 & 1/\ddot{u} \end{bmatrix}$ $M = \begin{bmatrix} 1 & -\ddot{u} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ $N = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \ddot{u} & 1 \end{bmatrix}$ $H = \begin{bmatrix} 0 & \ddot{u} \\ -\ddot{u} & 0 \end{bmatrix}$ $H' = \begin{bmatrix} 0 & -1/\ddot{u} \\ 1/\ddot{u} & 0 \end{bmatrix}$ $A' = \begin{bmatrix} 1/\ddot{u} & 0 \\ 0 & \ddot{u} \end{bmatrix}$ $\det A = \det A' = +1$	
NIK Negativ Immittanz Konverter aktiv, antireziprok, für $ k =1$ symmetrisch	$k = 1$: F ist an der i_1 -Achse gespiegelter Zweipol $k = -1$: F ist an der u_1 -Achse gespiegelter Zweipol	$A = \begin{bmatrix} -k & 0 \\ 0 & 1/k \end{bmatrix}$ $M = \begin{bmatrix} 1 & k \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ $N = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1/k \end{bmatrix}$ $k \in \mathbb{R}$ $H = \begin{bmatrix} 0 & -k \\ -k & 0 \end{bmatrix}$ $H' = \begin{bmatrix} 0 & -1/k \\ -1/k & 0 \end{bmatrix}$ $A' = \begin{bmatrix} -1/k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix}$	

Klassifizierung der Zweitore anhand der Kettenmatrix A

- alle vier Einträge gleich Null \Rightarrow Nullor
- drei Einträge gleich Null \Rightarrow gesteuerte Quelle
- zwei Einträge gleich Null \Rightarrow INVERTER / KONVERTER

	INVERTER (z.B. Gyrator)	KONVERTER (z.B. NIK; PIK)
positiv	$\begin{bmatrix} 0 & R \\ 1/R & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1/\ddot{u} & 0 \\ 0 & \ddot{u} \end{bmatrix}$
negativ	$\begin{bmatrix} 0 & R \\ -1/R & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -k & 0 \\ 0 & 1/k \end{bmatrix}$
	Strom \Leftrightarrow Spannung	Strom \Leftrightarrow Strom; Spannung \Leftrightarrow Spannung

- Leistung: $p = \underline{u}^T \underline{i}$
- Verlustlosigkeit: $\forall \begin{bmatrix} u \\ i \end{bmatrix} \in F: u^T i = 0$
bzw. $U^T I + I^T U = 0$
- Passivität: $\forall \begin{bmatrix} u \\ i \end{bmatrix} \in F: u^T i \geq 0$
- Aktivität: $\exists \begin{bmatrix} u \\ i \end{bmatrix} \in F: u^T i < 0$
- Reziprozität: $U^T I - I^T U = 0; G = G^T; R = R^T; \det A = 1; \det A' = 1$
Netzwerk besteht nur aus R, C, L \Rightarrow reziprok
- Dualität: $\underline{f}^d \begin{bmatrix} u \\ i \end{bmatrix} = \underline{f} \begin{bmatrix} 0 & R_d E \\ 1/R_d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ i \end{bmatrix}$ $G^d = \frac{1}{R_d} R$ $R^d = R_d^2 G$
- Symmetrie: $\underline{f}^u \begin{bmatrix} u \\ i \end{bmatrix} = \underline{f}(P \cdot \underline{u}, P \cdot \underline{i})$ mit $P = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = P^{-1}$ $G = PGP$
 $R = PRP$ $A = A'$
z.B.: $g_{11} = g_{22}$ und $g_{12} = g_{21}$

Die Umrechnungstabelle der Zweitor-Matrizen:

	R	G	H	H'	A	A'
R	$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\det G} \begin{bmatrix} g_{22} & -g_{12} \\ -g_{21} & g_{11} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{h_{22}} \begin{bmatrix} \det H & h_{12} \\ -h_{21} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{h'_{11}} \begin{bmatrix} 1 & -h'_{12} \\ h'_{21} & \det H' \end{bmatrix}$	$\frac{1}{a_{21}} \begin{bmatrix} a_{11} \det A \\ 1 & a_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{a'_{21}} \begin{bmatrix} a'_{22} & 1 \\ \det A' & a'_{11} \end{bmatrix}$
G	$\frac{1}{\det R} \begin{bmatrix} r_{22} & -r_{12} \\ -r_{21} & r_{11} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{h_{11}} \begin{bmatrix} 1 & -h_{12} \\ h_{21} & \det H \end{bmatrix}$	$\frac{1}{h'_{22}} \begin{bmatrix} \det H' & h'_{12} \\ -h'_{21} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{a_{12}} \begin{bmatrix} a_{22} - \det A \\ -1 & a_{11} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{a'_{12}} \begin{bmatrix} a'_{11} & -1 \\ -\det A' & a'_{22} \end{bmatrix}$
H	$\frac{1}{r_{22}} \begin{bmatrix} \det R & r_{12} \\ -r_{21} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{g_{11}} \begin{bmatrix} 1 & -g_{12} \\ g_{21} & \det G \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\det H'} \begin{bmatrix} h'_{22} & -h'_{12} \\ -h'_{21} & h'_{11} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{a_{22}} \begin{bmatrix} a_{12} \det A \\ -1 & a_{21} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{a'_{11}} \begin{bmatrix} a'_{12} & 1 \\ -\det A' & a'_{21} \end{bmatrix}$
H'	$\frac{1}{r_{11}} \begin{bmatrix} 1 & -r_{12} \\ r_{21} & \det R \end{bmatrix}$	$\frac{1}{g_{22}} \begin{bmatrix} \det G & g_{12} \\ -g_{21} & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\det H} \begin{bmatrix} h_{22} & -h_{12} \\ -h_{21} & h_{11} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} h'_{11} & h'_{12} \\ h'_{21} & h'_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{a_{11}} \begin{bmatrix} a_{21} - \det A \\ 1 & a_{12} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{a'_{22}} \begin{bmatrix} a'_{21} & -1 \\ \det A' & a'_{12} \end{bmatrix}$
A	$\frac{1}{r_{21}} \begin{bmatrix} r_{11} \det R \\ 1 & r_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{g_{21}} \begin{bmatrix} -g_{22} & -1 \\ -\det G & -g_{11} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{h_{21}} \begin{bmatrix} -\det H & -h_{11} \\ -h_{22} & -1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{h'_{21}} \begin{bmatrix} 1 & h'_{22} \\ h'_{11} & \det H' \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\det A'} \begin{bmatrix} a'_{22} & a'_{12} \\ a'_{21} & a'_{11} \end{bmatrix}$
A'	$\frac{1}{r_{12}} \begin{bmatrix} r_{22} \det R \\ 1 & r_{11} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{g_{12}} \begin{bmatrix} -g_{11} & -1 \\ -\det G & -g_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{h_{12}} \begin{bmatrix} 1 & h_{11} \\ h_{22} & \det H \end{bmatrix}$	$\frac{1}{h'_{12}} \begin{bmatrix} -\det H' & -h'_{22} \\ -h'_{11} & -1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} a_{22} & a_{12} \\ a_{21} & a_{11} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} a'_{11} & a'_{12} \\ a'_{21} & a'_{22} \end{bmatrix}$

Beschreibungsformen:

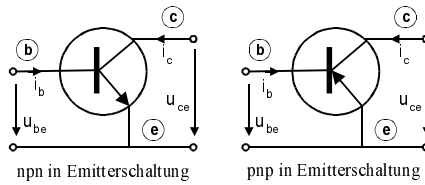
	implizite Darstellung	Parameterdarstellung	explizite Darst.
streng linear	$F = \text{Kern}[MN] = \left\{ \begin{bmatrix} u \\ i \end{bmatrix} \mid [MN] \begin{bmatrix} u \\ i \end{bmatrix} = 0 \right\}$ $\text{Rang}[MN] = p$	$F = \text{Bild} \begin{bmatrix} U \\ L \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} u \\ i \end{bmatrix} \mid \begin{bmatrix} u \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \\ L \end{bmatrix} \cdot \underline{c}, \underline{c} \in \mathbb{R}^2 \right\}$ $\text{Rang} \begin{bmatrix} U \\ L \end{bmatrix} = p$ Betriebsmatrix: $\begin{bmatrix} U \\ L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u^{(1)} & u^{(2)} \\ i^{(1)} & i^{(2)} \end{bmatrix}$	$\underline{i} = G \underline{u}$ $\underline{u} = R \underline{i}$
nicht quellenfrei	$F = \text{Kern}[MN] + \begin{bmatrix} u_0 \\ i_0 \end{bmatrix}$	$F = \text{Bild} \begin{bmatrix} U \\ L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_0 \\ i_0 \end{bmatrix}$	$\underline{i} = G \underline{u} + \underline{i}_g$ $\underline{u} = R \underline{i} + \underline{u}_r$ usw.

Zusammenschaltung von Zweitoren:

Parallel-schaltung		$\underline{g}_{ges} = \underline{g}_1 + \underline{g}_2$ $G_{ges} = G_1 + G_2$ $R = R_1 (R_1 + R_2)$
Serien-schaltung		$r_{ges} = r_1 + r_2$ $R_{ges} = R_1 + R_2$ $G = G_1 (G_1 + G_2)$
Hybride Verschaltung		$\underline{h}_{ges} = \underline{h}_1 + \underline{h}_2$ $\underline{h}'_{ges} = \underline{h}'_1 + \underline{h}'_2$ $H_{ges} = H_1 + H_2$ $H'_{ges} = H'_1 + H'_2$
Kettenschaltung		$a_{ges} = a_1 \cdot a_2$ $A_{ges} = A_1 \cdot A_2$ $A'_{ges} = A'_1 \cdot A'_2$ $\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = a_{ges} \begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} = a_1 \left(a_2 \begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} \right)$

Transistoren

- Der Strom zur jeweiligen Bezugsklemme kommt nicht vor! (z.B. i_e)
- Diodenrichtung: $p \oplus \rightarrow \ominus n$
- Transistoren sind immer passiv!



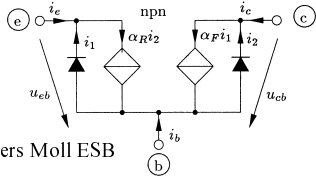
In Emitterschaltung gilt:

$$i_b = I_S \left(\exp\left(\frac{u_{be}}{U_T}\right) - 1 \right)$$

$$i_c = \beta i_b$$

$$u_{be} = U_T \ln\left(1 + \frac{i_b}{I_S}\right)$$

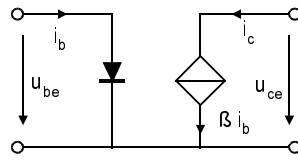
Ersatzschaltungen:



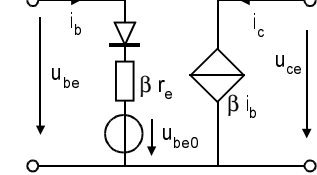
$u_{cb} > 0$ npn Transistor in Emitterschaltung, Vorwärtsbetrieb!

(pnp: Diode umdrehen! Kleinsignal ESB sind für pnp und npn identisch!)

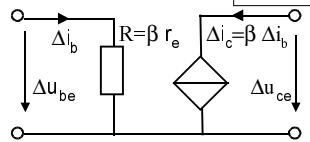
Grossignal ESB I:



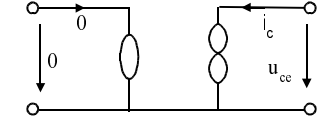
ESB II : Stückweise linear mit konkavem Widerstand



lin. Kleinsignal ESB:



Dreipolnullor:



Hybridmatrix H der Emitterschaltung:

- r_e : Eingangswiderstand
- β : Stromverstärkung
- μ : Spannungsrückwirkung
- g : Ausgangsleitwert

$$\begin{bmatrix} \Delta u_{be} \\ \Delta i_c \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} r_e = \frac{\Delta u_{be}}{\Delta i_b} & \mu = \frac{\Delta u_{be}}{\Delta u_{ce}} \\ \beta = \frac{\Delta i_c}{\Delta i_b} & g = \frac{\Delta i_c}{\Delta u_{ce}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta i_b \\ \Delta u_{ce} \end{bmatrix}$$

Kenngrößen des Transistors:

- Stromverstärkung:

$$\beta = v_i = \frac{i_c}{i_b}$$

- Verlustleistung:

$$P_V = U_{be} I_b + U_{ce} I_c \approx I_c U_{ce}$$

- Eingangswiderstand $r_e = \frac{1}{g_m}$: (Transferwiderstand)

$$\frac{\Delta i_b}{\Delta u_{be}} = \frac{g_m}{\beta} \Rightarrow r_e = \frac{\Delta u_{be}}{\Delta i_b} = \frac{U_T}{-i_e}$$

- Kleinsignalverstärkung: (Spannungsverstärkung)

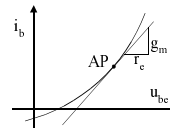
$$v_u = \frac{\Delta u_{out}}{\Delta u_{in}}$$

- Leistungsverstärkung:

$$v_p = v_u \cdot v_i = \beta_F = \frac{\Delta u_{out} \cdot \Delta i_{out}}{\Delta u_{in} \cdot \Delta i_{in}}$$

- Kleinsignalleitwert / Steilheit: $g_m = \frac{\Delta i_c}{\Delta u_{be}} \Big|_{AP}$

Eingangskennlinie:



Arbeitspunktbestimmung:

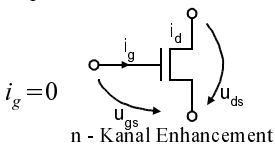
- Kirchhoffgleichungen aufstellen (meist $u = u'$, $i = -i'$) (u', i') sind Quellenkenngrößen
- (u', i') eliminieren, durch (u, i) ersetzen
- in Koordinatensystem eintragen, Schnittpunkt der Kennlinien ist AP.

$$\left. \begin{array}{l} U_{be} = U_0 + R_i i_e : \text{Quellenkennlinie } Q \\ U_{be} = U_0 - R_i i_e : \text{externe Quellenkennlinie } Q^x \end{array} \right\} \Rightarrow U_{BE} = 0 \Rightarrow U_0 = R_i i_0 \text{ (bei } Q^x) \Rightarrow i_0 = \frac{R_i}{u_0}$$

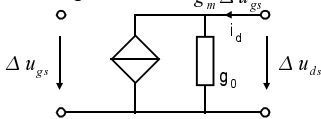
\Rightarrow Punkte $(U_0, 0)$ und $(0, i_0)$ einzeichnen und als Gerade verbinden (Q^x)

- Schnittpunkt Q^x mit Transistorkennlinie ist **AP**
- im Eingangskennlinienfeld haben kleine Änderungen der Steigung von Q^x eine große Verschiebung des AP zur Folge!

Unipolartransistoren: FET



Kleinsignal ESB:

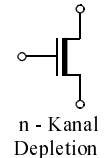
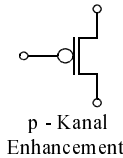


Innenleitwert:

$$g_0 = \frac{\partial i_d}{\partial u_{ds}} \Big|_{AP}$$

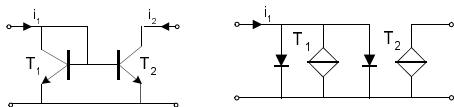
Steilheit:

$$g_m = \frac{\partial i_d}{\partial u_{gs}} \Big|_{AP}$$

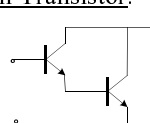


Stromspiegel:

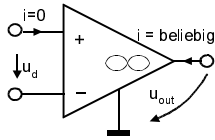
ideal: $u_1 = 0$
 $i_1 = i_2$



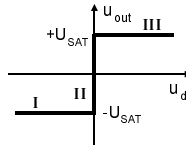
Darlington Transistor:



Operationsverstärker



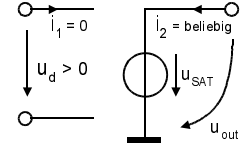
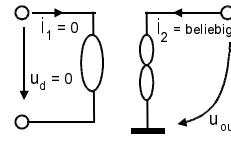
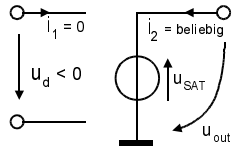
Kennlinie des idealen OpAmps:



ESB I: $u_d < 0$; $u_{out} = -U_{Sat}$

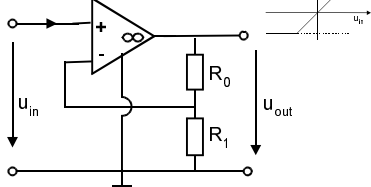
ESB II: $u_d = 0$; $|u_{out}| \leq |U_{Sat}|$

ESB III: $u_d > 0$; $u_{out} = U_{Sat}$



- In den Sättigungsbereichen kennt man u_{out} immer: $u_{out} = \pm U_{Sat}$
- Wird der OpAmp im streng linearen Bereich betrieben, sofort ESB II verwenden!!

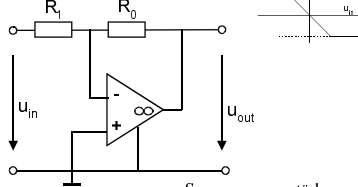
Nichtinvertierender Verstärker:



$$u_{out} = \left(1 + \frac{R_0}{R_1}\right) u_{in}$$

Spannungsverstärkung: $v_u = 1 + \frac{R_0}{R_1}$

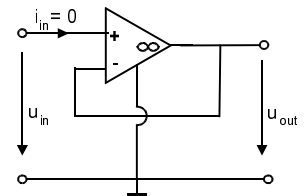
Invertierender Verstärker:



Spannungsverstärkung: $v_u = -\frac{R_0}{R_1}$

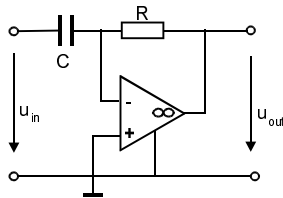
Addierer:
Mehrfacheinkopplung: $u_{out} = -R_0 \sum_i \frac{u_i}{R_i}$

Spannungsfolger: = Nicht invertierender Verstärker = Impedanzwandler mit $v_u = 1$



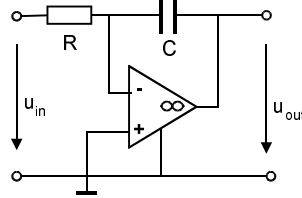
$u_{out} = u_{in}$ Eingang: nicht belastet $i_{in} = 0$
Ausgang: hohe Ströme $v_u = 1$

Differenzierer:



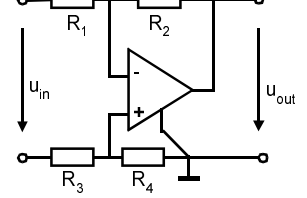
$$u_{out} = -RC \cdot \dot{u}_{in}$$

Integrierer:



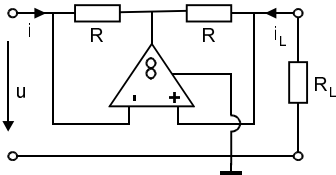
$$u_{out} = -u_c(t_0) - \frac{1}{RC} \int_{t_0}^t u_{in} dt$$

Potentialdifferenzverstärker:

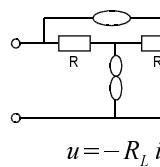


$$u_{out} = \frac{-R_2}{R_1} u_{in} = \frac{-R_4}{R_3} u_{in} \quad \text{Bed. } \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

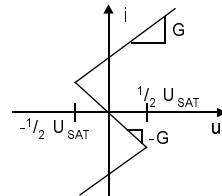
Negativimmittanzkonverter (NIK):



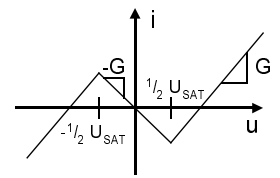
Nullmodell:



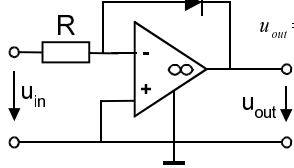
$$u = -R_L i$$



Umpolung des OpAmp:

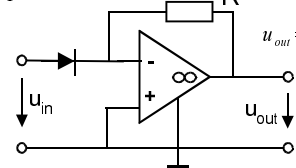


Logarithmierer:



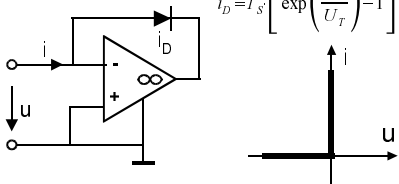
$$u_{out} = -U_T \ln \frac{u_{in}}{R \cdot I_S}$$

Exponentierer:

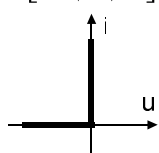


$$u_{out} = -R \cdot I_S \cdot \exp\left(\frac{u_{in}}{U_T}\right)$$

Ideale Diode:

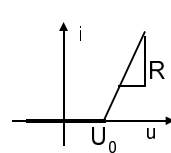
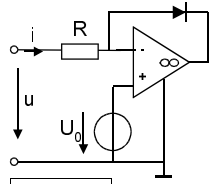


$$i_D = I_S \left[\exp\left(\frac{u_{in}}{U_T}\right) - 1 \right]$$



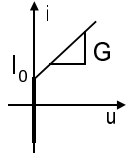
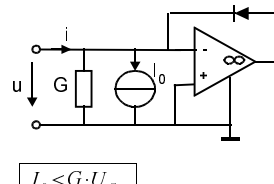
Umgepolte ideale Diode: pn - Diode umpolen

Konkaver Widerstand:



$$U_0 < U_{Sat}$$

Konvexer Widerstand:



$$I_0 < G \cdot U_{Sat}$$

Gyrator:

- Parallelschaltung zweier USI oder Serienschaltung zweier ISU oder: Kettenschaltung eines NIK ($k = -1$) mit einem NII

USU mit $\mu > 1$ = Nichtinvertierender Verstärker

$\mu < 0$ Invertierendem Verstärker und Spannungsfolger in Kette

ISU mit $r < 0$ = Invertierender Verstärker ohne R_1

$r > 0$ zusätzlich invertierenden Verstärker mit $v_u = -1$ nachschalten

Analyseverfahren

A Knoteninzenzmatrix
B Schleifeninzenzmatrix

Verbindungsvektor:

$$\text{Rang} \begin{bmatrix} B' & 0 \\ 0 & A' \end{bmatrix} = \text{Rang}[MN] = b$$

Jede Knotenpunktgleichung steht auf jeder Schleifengleichung senkrecht: $A' B'^T = 0$

Eigenschaften des Verbindungsvektors:

- n Knoten (Nodes)
- b Anzahl der Kanten (Zweige, Branches) = Anz. der Tore p
- Zeitinvariant, streng linear, verlustlos, reziprok

$$\Leftrightarrow U^T I = 0 \quad \text{Tellegen'scher Satz}$$

Baumkonzept (= Schleifenanalyse, oder Schnittmengenanalyse)

Jeder Torspannungsvektor des VMT steht auf jedem Torstromvektor des VMT senkrecht

- Netzwerkgraph zeichnen: Baum muß folgende drei Eigenschaften erfüllen:

- Baum ist ein zusammenhängender Graph - Er enthält alle Knoten - und hat keine Schleifen
- Erst Baumzweige, dann Verbindungskanten fortlaufend nummerieren.
- Es gibt $\det(AA^T)$ verschiedenen Bäume im Netzwerkgraphen.

Anzahl der Baumzweige: $(n-1)$

Anzahl der Verbindungskanten: $\frac{s = b - (n-1)}{b}$ = Anzahl der linear unabh. Schleifengleichungen
b Gleichungen

- Aufstellen der linear unabh. Maschengleichungen:

Eine Schleife enthält nur **eine** Verbindungskante, sonst nur Baumzweige

$$\Rightarrow B \cdot \underline{u} = [B_b \ E_s] \begin{bmatrix} u_b \\ u_v \end{bmatrix} = 0$$

- Aufstellen der linear unabh. Knotengleichungen:

Superknoten enthält nur **eine** Baumkante, sonst nur Verbindungskanten

$$\Rightarrow [E_{n-1} \ -B_b^T] \begin{bmatrix} i_b \\ i_v \end{bmatrix} = 0$$

vollständige Beschr. des Verbindungsvektors:

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow B \cdot \underline{u} = [B_b \ E_s] \begin{bmatrix} u_b \\ u_v \end{bmatrix} = 0 \\ \Rightarrow [E_{n-1} \ -B_b^T] \begin{bmatrix} i_b \\ i_v \end{bmatrix} = 0 \end{array} \right\} \begin{bmatrix} B_b & E_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_{n-1} & -B_b^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_b \\ u_v \\ i_b \\ i_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Knotenspannungsanalyse:

$$\begin{bmatrix} -A^T & E_b & 0 \\ 0 & 0 & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_k \\ \underline{u} \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$b + (n-1)$ Gleichungen

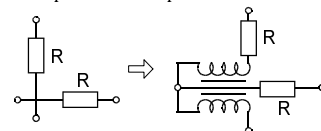
- (n-1) zusätzliche Kanten zwischen Bezugsnoten und übrigen (n-1) Knoten
- diese sind unbeschaltet und dienen ausschließlich als Meßtore.
- Das Aufstellen des Baumes entfällt
- A kann durch Augenschein aufgestellt werden (A = Knoteninzenzmatrix)
- gut bei stark vermaschten Netzwerken ($b \gg n$)

Maschenstromanalyse:

$$\begin{bmatrix} B & 0 & 0 \\ 0 & E_b & -B^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{u} \\ i \\ i_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$(b+s)$ Gleichungen

- nur bei planaren Netzwerken!
- durch ideale Übertrager ($\dot{u}=1$) kann ein nichtplanarer Graph in einen planaren Graph überführt werden, dabei steigt die Anzahl der Kanten um zwei pro idealem Übertrager
- gut bei schwach vermaschten Netzwerken ($b \approx n$)



Tableaugleichungen:

$$\begin{array}{l} KVL \\ KCL \\ Nwel. \end{array} \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & A \\ M & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{u} \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \underline{e} \end{bmatrix}$$

Gleichungen: $\frac{s}{(n-1)} \frac{b}{b}$

lin. Netzwerkelemente $\Rightarrow M u + N i = e$
 e : Erregungsvektor aller unabhängiger Quellen
eindeutige Lösung des Tableaugleichungssystems wenn $\det T(t_0) \neq 0$

- Knotentableausystem:

$$\begin{array}{l} KVL \\ KCL \\ Nwel. \end{array} \begin{bmatrix} -A^T & E_b & 0 \\ 0 & 0 & A \\ 0 & M & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_k \\ \underline{u} \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \underline{e} \end{bmatrix}$$

Gleichungen: $\frac{b}{(n-1)} \frac{b}{b}$

- Maschentableausystem:

$$\begin{array}{l} KVL \\ KCL \\ Nwel. \end{array} \begin{bmatrix} B & 0 & 0 \\ 0 & E_b & -B^T \\ M & N & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{u} \\ i \\ i_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \underline{e} \end{bmatrix}$$

Gleichungen: $\frac{s}{b} \frac{b}{b}$

- Nichtlineares Tableaugleichungssystem: $\begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{u} \\ i \end{bmatrix} = \underline{0}$ $h(u, i, t) = 0$ je p Gleichungen in 2p Variablen

Reduzierte Knotenspannungsanalyse / Maschenstromanalyse:

Umformen des Knotentableausystems:

- red. Knotenleitwertmatrix Y_k
 $Y_k = A Y A^T = A (-N^{-1} M) A^T$

- Knoten-Stromquellenvektor i_q :
 $i_q = -A i_0$ $Y_k u_k = i_q$

$Y =$ Kantenleitwertmatrix
 $Y_k = (n-1)$ Gleichungen

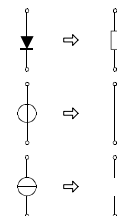
Umformen des Maschentableausystems:

- Maschenwiderstandsmatrix Z_m
 $Z_m = B (-M^{-1} N) B^T$

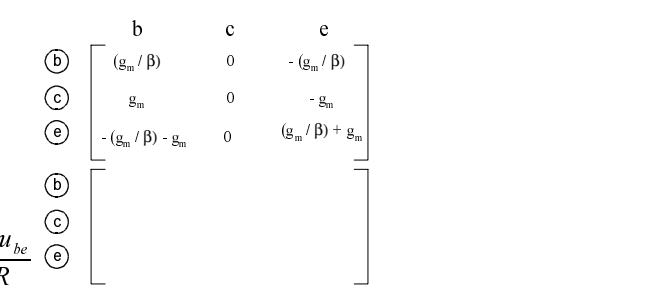
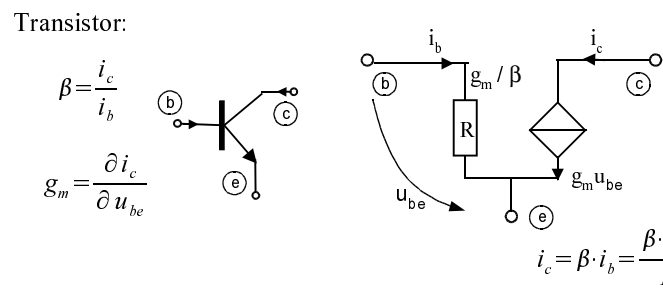
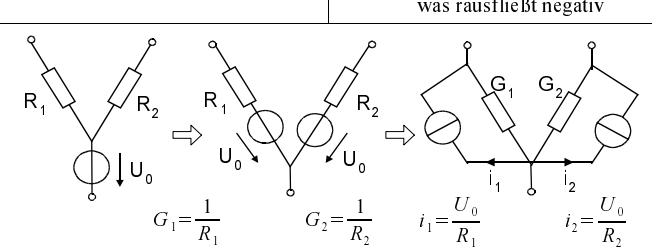
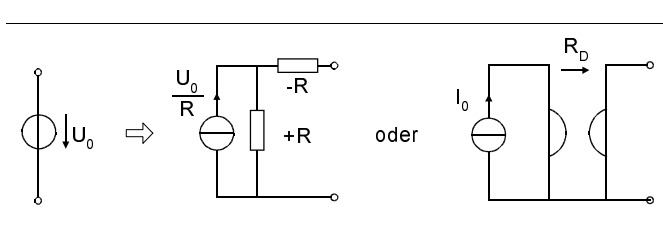
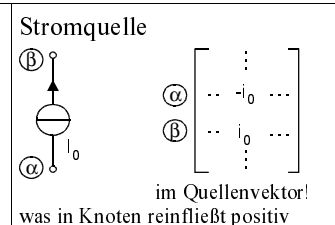
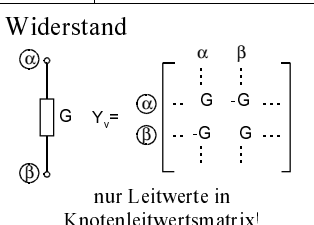
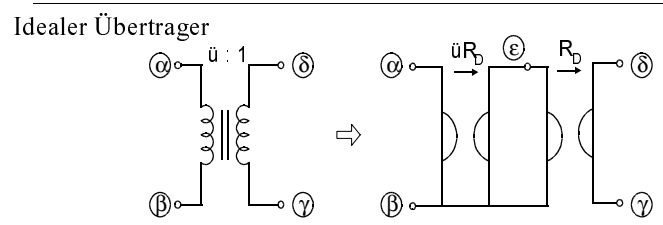
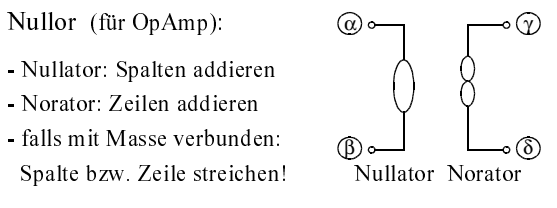
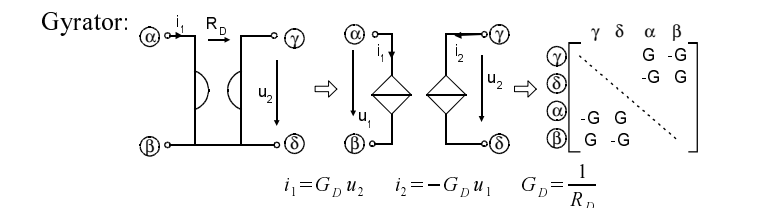
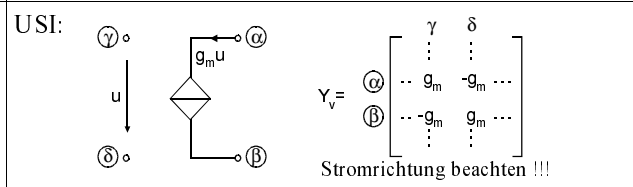
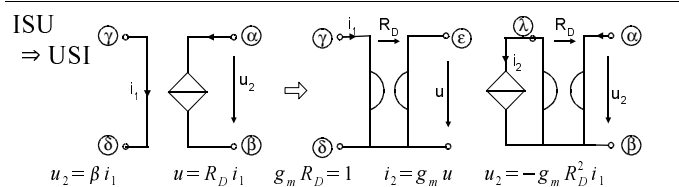
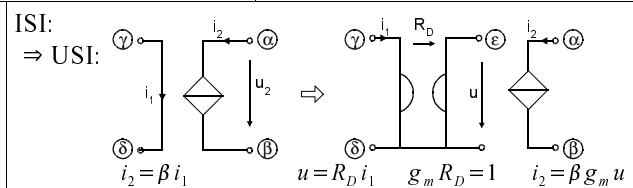
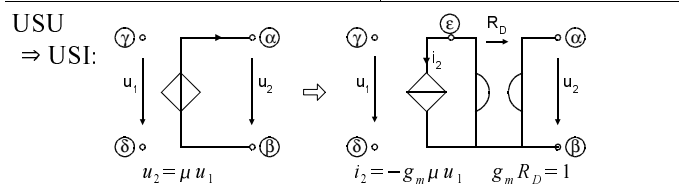
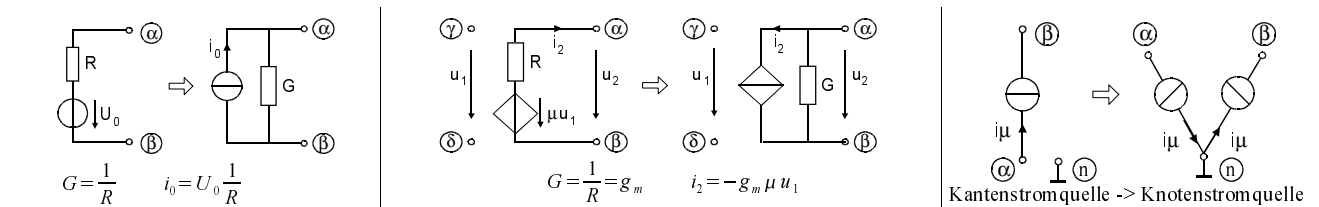
- Maschen-Stromquellenvektor u_q
 $u_q = -B u_0 = -B M^{-1} e$ $Z_m i_m = u_q$

$Z_m = s$ Gleichungen

Direktes Aufstellen der reduzierten Knotenleitwertsmatrix (komplexe KSA)



1. Nichtspannungsgesteuerte Elemente erstzen!
2. Schrittweise Knotenleitwertsmatrix Y aufstellen: $Y_k \underline{u}_k = \underline{i}_q$
 - Bezugsknoten weglassen!
 - komplex $j\omega C$ und $1/j\omega L$ Im Prinzip wie G und R
3. Gesteuerte Quellen: Steuerleitwerte eintragen.
4. Gyrtor einbauen (entsprechende Zeile / Spalte streichen!)
6. Knotenstromquellenvektor \underline{i}_q aufstellen



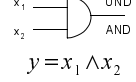
Logik

De Morgansche Gesetze:

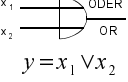
$$\overline{x_1 \wedge x_2} = \overline{x_1} \vee \overline{x_2}$$

$$\overline{x_1 \vee x_2} = \overline{x_1} \wedge \overline{x_2}$$

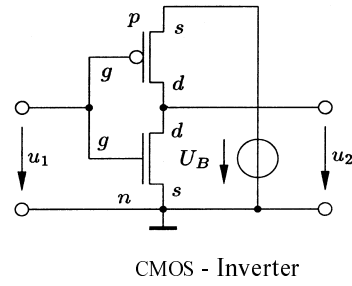
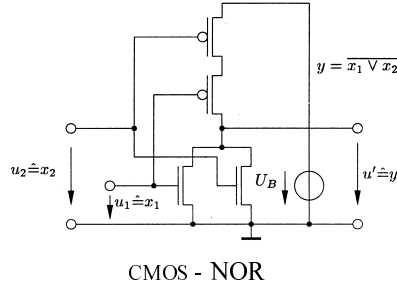
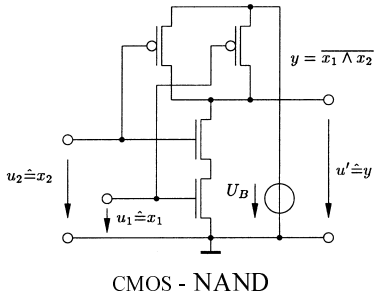
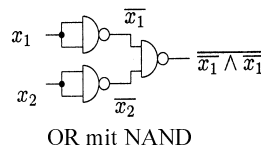
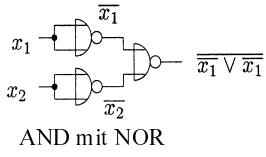
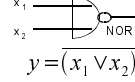
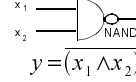
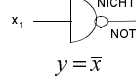
Konjunktion



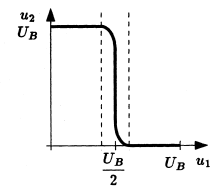
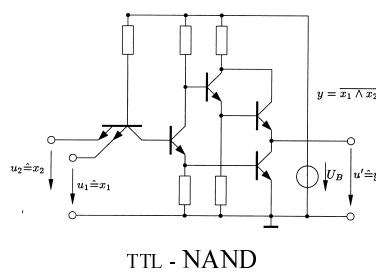
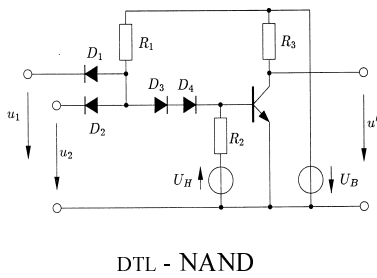
Disjunktion



Negation



CMOS AND / OR : p- und n- Kanal Transistoren vertauschen!



CMOS - Übertragungscharakteristik