a) Für eine Knotenspannungsanalyse müssen alle Elemente spannungsgesteuert sein. Eine Spannungsquelle ist aber stromgesteuert.

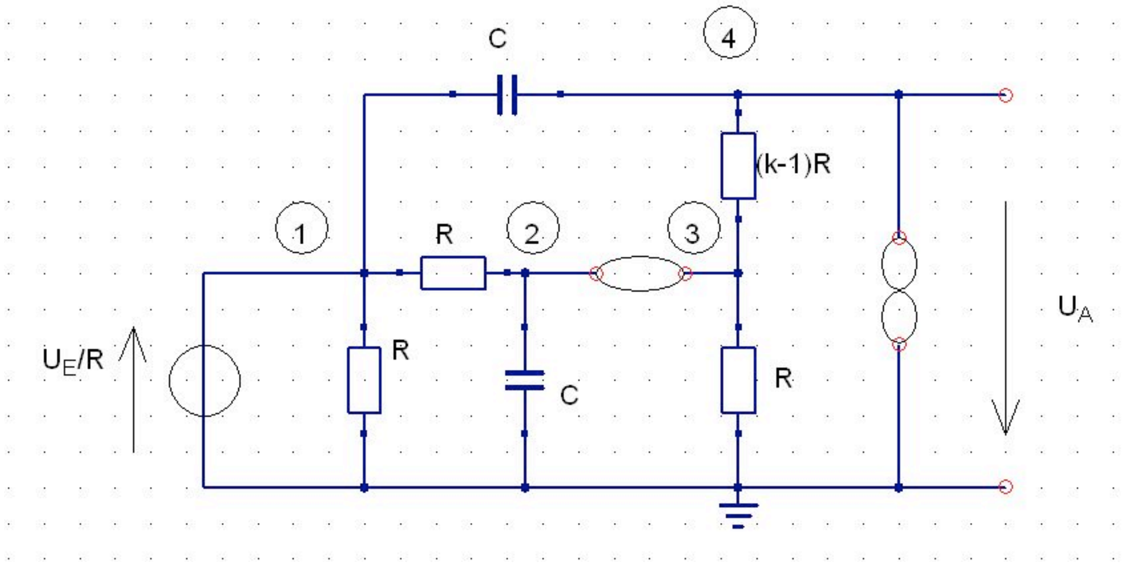
b) 

Abbildung 1: ESB im linearen Bereich des idealen Opamp

c) Mit $G = \frac{1}{R}$ können der Quellstromvektor und die (nichtreduzierte) Kantenleitwertsmatrix angegeben werden:

$$\underline{\mathbf{i}}_q = \begin{bmatrix} G\underline{U}_E \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

d)

$$\underline{\mathbf{Y}}_K' = \begin{bmatrix} G + G + j\omega C & -G & 0 & -j\omega C \\ -G & j\omega C + G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G + \frac{G}{k-1} & -\frac{G}{k-1} \\ -j\omega C & 0 & -\frac{G}{k-1} & j\omega C + \frac{G}{k-1} \end{bmatrix}$$

Durch Berücksichtigung des Operationsverstärkers kann die vierte Zeile gestrichen werden und die 2. und 3. Spalte addiert werden, das reduzierte Gleichungssystem ist also

$$\underline{\mathbf{Y}}_K = \begin{bmatrix} G + G + j\omega C & -G & -j\omega C \\ -G & j\omega C + G & 0 \\ 0 & G + \frac{G}{k-1} & -\frac{G}{k-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{u}_{k1} \\ \underline{u}_{k2} \\ \underline{u}_{k4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G\underline{U}_E \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

e)

$$H(p) = \frac{\underline{U}_A}{\underline{U}_E} = G\frac{\underline{u}_{k4}}{\underline{i}_{q1}}$$

Diese Beziehung kann mit der Cramerregel

$$H(p) = G\frac{(-1)^{n+m}\det \mathbf{Y}_{nm}}{\det \mathbf{Y}}$$

gefunden werden. Das gesuchte Verhältnis ist zwischen dem 3. Eintrag des Knotespannungsvektors ($m = 3$) und dem 1. Eintrag des Knotenquelllstromvektors($n = 1$).

$$\begin{aligned}
\det \underline{\mathbf{Y}}_{13} = & \quad \det \begin{bmatrix} -G & G + j\omega C \\ 0 & G + \frac{G}{k-1} \end{bmatrix} = -G\left(G + \tfrac{G}{k-1}\right) = -G^2 \tfrac{k}{k-1} \\
\det \underline{\mathbf{Y}}_{K} = & \quad (2G + j\omega C)(G + j\omega C)(-\tfrac{G}{k-1}) + Gj\omega C(G + \tfrac{G}{k-1}) + \tfrac{G^3}{k-1} \\
= & \quad \tfrac{1}{k-1}\left(G^3 + pCG^2 - G(2G + pC)(G + pC)\right) + pCG^2 \\
= & \quad \tfrac{1}{k-1}\left(-G^3 - 2pCG^2 - p^2C^2G\right) + pCG^2 \\
= & \quad -\tfrac{1}{k-1}G^3\left[(1 + 2pCR + p^2C^2R^2) - pCR(k-1)\right]
\end{aligned}$$

Also ist

$$\begin{aligned}
H(p) = & \quad G\frac{-G^2\frac{k}{k-1}}{-\frac{1}{k-1}G^3[(1+2pCR+p^2C^2R^2)+pCR(k-1)]} \\
= & \quad \frac{k}{1+2pCR+p^2C^2R^2-(k-1)pCR} \\
= & \quad \frac{k}{1+pCR(3-k)+p^2C^2R^2}
\end{aligned}$$

f) Die Pole der Übertragungsfunktion sind die Nullstellen ihres Nenners, also die Lösungen von $1 + 2pCR + p^2C^2R^2 \overset{!}{=} 0$. Die binomische Formel ergibt $1 + 2pCR + p^2C^2R^2 = (1 + pCR)(1 + pCR)$, die doppelte Polstells ist also $p_{1,2}^{(0)} = -\frac{1}{CR}$.